

Ingmar LEHMANN, Berlin

Die Fibonacci-Zahlen in der Kunst

Die *Fibonacci-Zahlen* 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... werden durch die beiden Anfangswerte $F_1 = 1$ und $F_2 = 1$ sowie die Bedingung $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$

($n \in \mathbf{N}$ mit $n \geq 1$) rekursiv definiert. Die Quotienten $\frac{F_{n+1}}{F_n}$ aufeinander fol-

gender Fibonacci-Zahlen nähern sich mit wachsendem n dem *goldenen*

Schnitt $\Phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1.61803\dots$ Die *Binet-Formel* $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \right.$

$\left. \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$ liefert die n -te Zahl direkt. Man kann dieses Ergebnis gar nicht

genug feiern: Für jede natürliche Zahl n heben sich die irrationalen Wurzelterme gegenseitig so auf, dass letztlich stets ganze Zahlen, eben die Fibonacci-Zahlen, herauskommen!

Und diesen Zahlen, die über die „Kaninchen-Aufgabe“ aus dem berühmten Buch *Liber abaci* des Leonardo von Pisa (ca. 1175-nach 1240), genannt *Fibonacci*, zunächst nur der mathematischen Kurzweil dienten, begegnen wir heute in der Geometrie, Algebra, Zahlentheorie, aber eben auch in vielen Bereichen außerhalb der Mathematik – etwa in der Natur, Architektur und Kunst. Das betrifft die Teilbereiche Musik und Literatur ebenso wie die darstellende Kunst (Graphik, Malerei und Bildhauerei). Zu Letzterem werden alte und neue Beispiele vorgestellt.

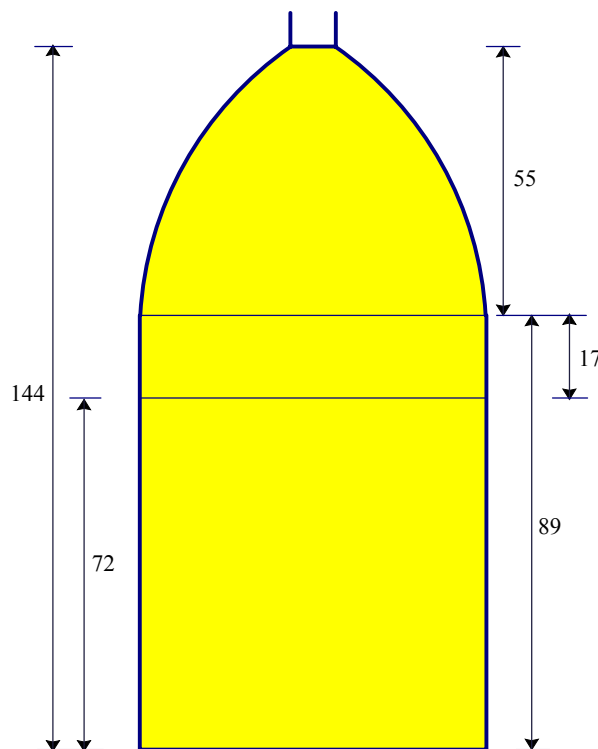
1. Architektur

In der Zeit der Renaissance entstand eine Lehre von den Proportionen in Architektur, Bildhauerei und Malerei, deren ästhetisches Credo in mathematischen Termini etwa so formuliert werden kann: Harmonie und Schönheit in der Kunst werden bestimmt durch gewisse ausgezeichnete Zahlen, wobei diese oft als Verhältnisse natürlichen Zahlen gut approximiert werden können. Es ist der goldene Schnitt, der hier im Mittelpunkt des Interesses steht. Und über den goldenen Schnitt gibt es fast unzählige Arbeiten, die nachzuweisen versucht haben, dass dieser oder jener Künstler gerade nach diesem Prinzip gearbeitet habe. Viele Architekten haben in ihren Entwürfen intuitiv den goldenen Schnitt verwendet; speziell das goldene Rechteck¹ spielt deshalb eine herausragende Rolle.

¹ Die längere Seite des Rechtecks verhält sich zur kürzeren Seite wie die Summe aus beiden Seiten zur längeren Seite.

Das berühmteste Gebäude, in dem der goldene Schnitt (angeblich) zu finden ist, ist der Parthenon-Tempel auf der Akropolis. Phidias hatte die Leitung beim Bau dieses Tempels – und der Anfangsbuchstabe Φ seines Namens $\Phi\iota\delta\iota\alpha\varsigma$ liefert auch die Bezeichnung für den goldenen Schnitt.

Nach Angaben Herodots wurde die Cheops-Pyramide so konstruiert, dass „das Quadrat über ihrer Höhe die gleiche Fläche habe wie ein Seitendreieck“. Auf diese Weise „versteckt“ sich der goldene Schnitt als Quotient aus der Höhe einer Seitenfläche und der halben Seitenlänge!



Für die Planung wichtiger Proportionen der Kuppel des Domes von Florenz sind die Fibonacci-Zahlen 55, 89 und 144 sowie die 17 bzw. 72 als halbierte Fibonacci-Zahlen 34 bzw. 144 im Aufrissplan von Giovanni di Gherardo da Prato von 1426 überliefert.

Welch große Bedeutung man diesen Maßzahlen beigemessen hat, zeigt die 1436 für die Weihe des Domes von Guillaume Dufay (1400-1474) komponierte Festmotette „Nuper rosarum flores“.

Le Corbusier (1887-1965) entwickelte mit dem *Modulor* ein Schema auf der Grundlage des goldenen Schnitts. Dieser *Modulor* besteht aus zwei Skalen, die unmittelbar auf die Fibonacci-Zahlen verweisen. In Marseille errichtete er die *Unités d'habitation*; die Abmessungen des Gebäudes und der Wohnungen folgen dieser Proportionslehre.

2. Bildhauerei

Pacioli hob 1509 den goldenen Schnitt unter dem Namen *De Divina Proportio* voller Begeisterung hervor. 1914 erschien von Cook das Buch *The Curves of Life*, 1926 erschien Hambidges *The Elements of Dynamic Symmetry*. Gerade das letztere Werk hat bei Künstlern einen nachhaltigen Eindruck hinterlassen – wie auch die Schriften von Ghyka (1927, 1931).

Der *Apoll von Belvedere* und die *Venus von Milo* werden als Beispiele zum goldenen Schnitt aufgeführt. Béothy (1897-1961) hat nachweisbar für seine Skulpturen die Fibonacci-Folge zugrunde gelegt (*Goldene Reihe*).

Zu einer wahren Fibonacci-Mode kam es in den 1960er Jahren. Hier ist neben Ulrichs und Niemeyer vor allem Mario Merz (1925-2003) zu nennen. Niemeyer hat 1997 mit *20 steps around the globe ...* ein atemberaubendes *Land-Art-Projekt* realisiert. Merz hat den Fibonacci-Zahlen gleich durch mehrere seiner Kunstwerke ein Denkmal gesetzt (*Igloo Fibonacci*).

Auch die Künstler Bruch (*Hommage à Fibonacci*), Birkhofer (*Gottenheimer Wasserskulptur*), Knoop (*Mikado*), Ullman (*Echo*) und Bury (*Fibonacci's Tempel*) orientierten sich an der Fibonacci-Folge. Burys Zeichnungen machen deutlich, dass die mathematischen Gesetzmäßigkeiten nicht nur intuitiv, sondern ganz bewusst eingesetzt worden sind.

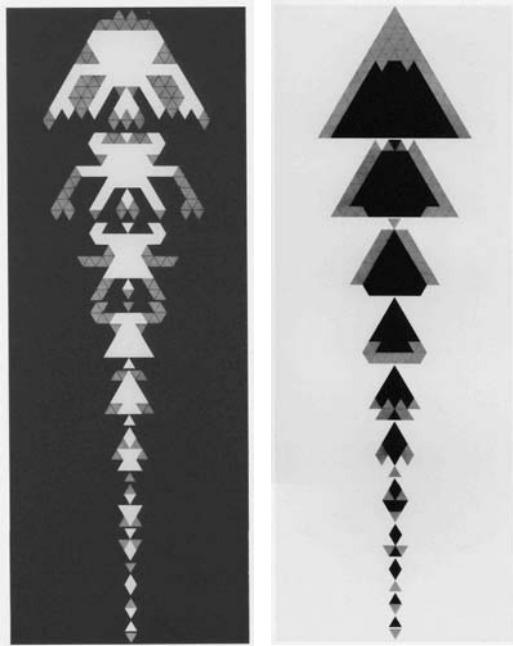
3. Malerei und Graphik

Leonardo da Vinci illustrierte das Buch *De divina proportione* von Pacioli mit einer Studie über den vitruvischen Menschen. Auch Dürer stützt sich auf Vitruv, dessen Schema er weitgehend übernimmt und verfeinert. Das von Dürers Hand gezeichnete Formengerüst in seinem *Selbstbildnis* (München) führt u.a. auf den goldenen Schnitt. Viele Autoren haben eine erstaunlich große Anzahl von Belegen dafür gesammelt, dass im 19. und 20. Jahrhundert tatsächliche oder vermeintliche Anwendungen des goldenen Schnitts entdeckt wurden. Aber wie auch im Falle der Architektur und der Skulpturen bleibt es oft dem Betrachter überlassen, ob der goldene Schnitt bewusst oder nur zufällig ein Kunstwerk adelt.

Das wohl berühmteste Porträt der Kunstgeschichte ist Leonardos *Mona Lisa*. Einerseits lässt sich das Gesicht mit dem berühmten Lächeln genau in ein goldenes Rechteck einpassen, andererseits finden wir neben ähnlichen Rechtecken auch ein goldenes Dreieck. Hier wären dann auch die *Sixtinische Madonna* von Raffael, das Bild *Badeplatz in Asnières* von Seurat und Dalis Gemälde *Riesige Mokkatasse, fliegend, mit unerklärlicher Fortsetzung von 5 Metern Länge* zu nennen.

Rune Mields (geb. 1935) hat in ihren Bildern bewusst die Fibonacci-Zahlen herangezogen. Ihre Gemälde, die immer in Serien entstehen, bewegen sich farblich zwischen Schwarz, Grau und Weiß und wirken deshalb äußerst schlicht und geradezu herb.

Viele Φ - und Fibonacci-Verehrer werden es nicht wahr haben wollen, aber Untersuchungen der Kunsthistorikerin Neveux verbannten Ende des 20. Jahrhunderts viele Gemälde wieder von der Goldenen-Schnitt-Liste.



Rune Mields:

Evolution: Progression und Symmetrie III, VI

Im Gedicht *Fibonacci-Kopfcurve* von Ulrike Draesner bestimmen die Zahlen in Form der Silbenanzahl die jeweilige Verslänge. In Oskar Pastiors Gedicht *zwischenjahr des fibonacci* folgt die Anordnung der Wörter in den ersten fünf Zeilen dieses vierstrophigen Gedichts streng der Fibonacci-Reihe.

In dem Thriller „Sakrileg“ lässt Dan Brown in den kryptischen Hinweisen des ermordeten Chefkurators des Louvre, dessen mit Blut gezeichneter Kreis an da Vincis Proportionsstudie des vitruvischen Menschen erinnert, die Polizistin Sophie Neveu die Zahlenfolge $13 - 3 - 2 - 21 - 1 - 1 - 8 - 5$ als Verdrehung der Fibonacci-Folge erkennen.

Hans Magnus Enzensbergers vergnügliche Reise in die Welt der Zahlen lässt uns schließlich teilhaben an den Abenteuern, die dem mathehassenden Schuljungen Robert widerfahren, wenn er nachts vom „Zahlenteufel“ heimgesucht wird. Dieser Teufel jongliert unterhaltsam und atemberaubend mit den Zahlen, dass Robert schließlich süchtig nach Zahlen wird. So lernt Robert auch, dass sich sogar Hasen oder Bäume an die Gesetzmäßigkeit der *Bonatschi*-Zahlenfolge halten – so heißen die Fibonacci-Zahlen bei ihm.

Literatur

Alfred S. Posamentier, Ingmar Lehmann: *The Fabulous Fibonacci Numbers*. Foreword by Dr. Herbert Hauptman, Nobel Laureate. Prometheus Books Publishers, Amherst, New York (erscheint 2006/2007)

4. Literatur

Selbst Goethe, der der Mathematik eher distanziert gegenüberstand, muss in seinen *Maximen und Reflexionen* der „Proportion“ seine Reverenz erweisen:

„Vollkommenheit kann mit Disproportion bestehen,
Schönheit allein mit Proportion.“

Inger Christensen hat mit dem Gedichtzyklus *alfabet* die Idee verwirklicht, die Fibonacci-Zahlen als Strukturelemente der Lyrik zu verwenden.